

# 《工程数学-复变函数与积分变换》课程标准

课程类型:专业必修课

使用专业:电气等专业

总学时:40学时

## 一、课程性质

### 1. 课程的性质

课程的性质:复变函数与积分变换是高等院校理工科电气自动化技术、建筑工程技术等专业的一门重要专业课。

课程的地位:通过本课程的学习,使学生掌握复变函数的基础理论和方法,掌握解析函数、柯西定理与柯西积分公式、留数、共形映射等内容,以及掌握傅里叶变换与拉普拉斯变换的性质与方法,为学习有关后继课程和解决实际问题奠定必要的基础。

课程的功能:本课程是我院电气自动化技术、建筑工程技术等专业的重要专业课之一,列为必修课。

### 2. 本课程与前后课程之间的联系、要求

本课程是在数学分析(或高等数学)的基础上,以讲授基本概念和定理的几何背景和实际应用背景为主,强调对课程内容知识的本质理解和实际工程应用,为后继课程和其它专业课程有关的数学物理问题作准备,起着承上启下的作用。

本课程的特点是在于理论和实践的紧密结合.它既有一定的数学理论深度,同时又兼顾课程本身所应具有实用性。

## 二、课程目标

通过本课程的学习,使学生达到下列目标:

1. 了解本课程的体系,掌握基本概念、基本理论、基本方法和基本技巧(如会用复数和复变函数描述平面场的方法,用拉普拉斯变换解方程等),在知识层面上为后续课程做一个良好的铺垫。

2. 熟悉基本概念和定理的几何背景和实际应用背景,强调对课程内容知识的本质理解和实际工程应用。

3. 引导学生对一些概念、公式和结论所包含的物理意义有形象直观的认识,并能为后继专业课程打下良好的基础。

4. 培养和提高学生的数学素质和综合运用各种数学方法分析解决工程实际问题的能力。

## 三、教学内容与学时安排

序号	教学内容	总学时	讲课	讨论、习题课
1	复数与复变函数	8	6	2
2	解析函数	6	5	1
3	复变函数积分	10	8	2
4	级数	6	5	1
5	Laplace 变换	8	6	2
合计		38	30	8

## 四、课程项目教学设计

### 第一章 复数与复变函数

#### 【内容提要】

在高等数学课程中,研究的对象是实变函数,也就是自变量与因变量都是实数的函数,而本课程研究的对象是自变量与因变量都是复数的函数,即复变函数.因此,本章在简要复习复数的概念、运算和表示的基础上,先将函数的概念推广到复数域,然后,介绍复变函数的极限与连续性,为学习后面的内容奠定基础.

#### 【本章重点】

1. 复数有关概念.
2. 复数的各种表示方法.
3. 复数的运算.
4. 复变函数的极限和连续.

#### 【本章难点】

1. 复数的辐角的概念.
2. 复数的运算.
3. 复数区域的表示.
4. 从映射的角度理解复变函数.

#### 【教学基本要求】

1. 掌握复数的各种表示方法及其运算.
2. 了解区域的概念.
3. 了解复球面与无穷远点.
4. 理解复变函数的概念.
5. 了解复变函数的极限和连续的概念.

### 第二章 解析函数

#### 【内容提要】

本章将一元实变函数微分学推广到复变函数,包括复变函数的导数与解析函数的概念,判断复变函数可导与解析的方法以及复变初等函数三部分内容.由于解析函数是一类比可导函数要求更强的复变函数,它具有许多一般复变函数所没

有的很好性质,因而在理论研究和实际应用中都具有十分重要的价值,是复变函数研究的主要对象,也是我们学习本课程应当重点掌握的内容之一.

#### 【本章重点】

1. 复变函数导数的概念.
2. 解析函数的定义以及函数解析性的判断.
3. 初等函数的性质.

#### 【本章难点】

1. 解析函数的概念.
2. 函数解析性的判断.
3. 多值初等函数及其主值.

#### 【教学基本要求】

1. 理解复变函数的导数与复变函数解析的概念.
2. 掌握复变函数解析的充要条件.
3. 了解指数函数、三角函数、双曲函数、对数函数及幂函数的定义及它们的主要性质(包括在单值域中的解析性).

### 第三章 复变函数积分

#### 【内容提要】

本章将一元实变函数积分学推广到复变函数,包括复变函数积分的定义、性质和基本计算方法,解析函数积分的基本理论和方法以及解析函数与调和函数的关系三部分内容.由于解析函数的积分具有许多很好的性质,有比较系统而完整的理论和方法,因此,它们是整个复变函数理论的基础,是我们应当重点掌握的另一个重要内容.

#### 【本章重点】

1. 复变函数积分的概念和性质.
2. 柯西定理.
3. 柯西积分定理与解析函数的高阶导数.
4. 调和函数与解析函数的关系.

#### 【本章难点】

利用柯西定理、柯西积分定理与解析函数的高阶导数及复变函数积分的定义求复变函数的积分.

#### 【教学基本要求】

1. 了解复变函数积分的定义及性质,会求复变函数的积分.
2. 理解柯西积分定理,掌握柯西积分公式.
3. 掌握解析函数的高阶导数公式.了解解析函数无限次可导的性质.
4. 了解调和函数与解析函数的关系,会从解析函数的实(虚)部求其(虚)实部.

## 第四章 级数

### 【内容提要】

同高等数学中的实变函数项级数一样,复变函数项级数也是表示函数与研究函数的有力工具.本章主要包括复数项级数,幂级数的概念、性质及其敛散性的判定,解析函数展开为泰勒级数和解析函数展开为洛朗级数四个问题.前三个问题与实变函数相应问题基本相似,第四个问题则是高等数学中没有讲过、在复变函数中非常重要的内容,它是研究解析函数在其孤立奇点邻域内的性质与计算留数的有效方法.

### 【本章重点】

1. 复数项级数收敛的条件,级数绝对收敛和条件收敛.
2. 幂级数的收敛半径求法.
3. 泰勒级数及函数展开成泰勒级数.
4. 洛朗级数和把函数在不同的圆环域内展开成洛朗级数.

### 【本章难点】

1. 在圆域内把函数展开成泰勒级数.
2. 在圆环域内把函数展开成洛朗级数.

### 【教学基本要求】

1. 理解复数项级数收敛、发散及绝对收敛等概念.
2. 了解幂级数收敛的概念,会求幂级数的收敛半径,了解幂级数在收敛圆内的一些基本性质.
3. 理解泰勒定理.
4. 了解  $e^z, \sin z, \ln(1+z) (1+z)^{\mu}$  的麦克劳林展开式,并会利用它们将一些简单的解析函数展开为幂级数.
5. 理解洛朗(Laurent)定理.
6. 会用间接方法将简单的函数在其孤立奇点附近展开为洛朗级数.

## 第五章 Laplace 变换

### 【内容提要】

首先由 Fourier 变换引出本章要介绍的 Laplace 变换,接着在 Laplace 变换的定义及其存在定理的基础上,给出了 Laplace 变换的一些基本性质、Laplace 逆变换的积分表达式-复反演积分公式及 Laplace 变换的某些应用.

### 【本章重点】

1. Laplace 变换的概念.
2. Laplace 逆变换.
3. Laplace 变换的性质及应用.

### 【本章难点】

1. 求函数的 Laplace 变换和逆变换.
2. 用 Laplace 变换解常系数线性微分方程及方程组.

### 【教学基本要求】

1. 了解 Laplace 变换的概念.
2. 理解 Laplace 逆变换定理, Laplace 变换的卷积定理.
3. 掌握 Laplace 变换的线性性质、位移性质、微分性质.
4. 掌握某些常见函数(例如单位脉冲函数、单位跃阶函数、正余弦函数、指数函数及幂函数)的 Laplace 变换和逆变换公式.
5. 会查表求像函数和像原函数.
6. 会用 Laplace 变换解常系数线性微分方程及方程组.

### 教学方法设计:

1. 引入抽象数学概念时,注重实际例子和几何直观相结合,使学生有一个感性的认识.
2. 对定理的理解和论证、强调借助几何直观、力求通俗易懂,强调定理在实际问题中的应用.
3. 对于理论性内容,通过与数学分析进行类比,引导学生掌握一套有效的学习方法.对于应用性内容,通过对实际问题的具体分析,引导学生初步掌握分析问题和解决问题的方法.
4. 对于本课程的难点内容,采用辅导、答疑、习题课和讨论课方法解决.

## 五、考核方式及比例

考核类别	考核方法	比例	
过程考核	考勤	10%	30%
	平时作业	10%	
	课堂表现	10%	
结果考核	期末考试	70%	70%
合计			100%

## 六、教学基本条件

## （一）师资条件

为适应电气自动化技术(3+2 专本连读)等专业课程体系教学要求,构建一支结构合理、综合素质优良,具备高素质、高知识的数学教师队伍.

本课程教学需要的教师数量根据学生人数来确定.教师授课内容要更加贴近学生学习、生活实际,教师讲专业发生的事、讲学生身边发生的事,善于利用生动专业案例授课;数学教师不仅是“数学教育专家”,还应该是“杂家”.教师除了具备数学教育教学专业知识外,还应该成为掌握所授专业方面知识的“杂家”.

## （二）教学资料

教材:工程数学 复变函数与积分变换

参考书:复变函数论(第三版) 钟玉泉 高等教育出版社

多媒体资料:配套的教学课件

## （三）教学设施

多媒体教室,数学实验室

# 七、说明

## 1. 课程标准开发发明

根据机电学院电气自动化(3+2 专本连读)专业人才培养目标和计划,组建电气专业数学教学团队,多次走访该学院,调研兄弟院校同专业的数学课程建设,反复研讨制定本课程标准.